

Лекция 11 “Пример: синтез и реализация регулятора для следящего электропривода.”

Гончаров Олег Игоревич

Факультет вычислительной математики и кибернетики,
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

2013

Синтез регулятора для следящего электропривода

Задача: синтезировать и реализовать цифровой регулятор для электрического двигателя постоянного тока (ЭДП).

Задающее воздействие — угол, поворот ручки потенциометра.

Контролируемая величина — угол, поворот выходного вала ЭДП.

Управляющее воздействие — напряжение.

Возмущение — момент внешних сил, приложенный к валу двигателя.

План действий:

- 1 Составить математическую модель СУ.
- 2 Синтезировать дискретный регулятор.
- 3 Реализовать регулятор в виде программы для МК.

Модель объекта управления

Как физическая система ЭДП описывается уравнениями

$$\begin{cases} U = RI + L\dot{I} + \varepsilon, & \varepsilon = c_1\omega, \\ J\dot{\omega} = M + M_e, & M = c_2I, \\ \dot{\varphi} = \omega, \end{cases}$$

где U — напряжение, I — сила тока, ω — угловая скорость, M_e — момент внешних сил (в т.ч. трения).

В виде передаточной функции:

$$y(s) = \frac{k_1 U(s) + k_2(T_2 s + 1)M_e(s)}{s(T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1)} \approx \frac{k_1 U(s) + k_2 M_e(s)}{s(T_1 s + 1)},$$

где T_1 — механическая постоянная времени, T_2 — электромагнитная постоянная времени, $T_1 \gg T_2$, y — угол поворота вала.

Модель объекта управления

Неидеальности объекта управления:

- 1 Ход выходного вала ограничен: от 0 до π .
- 2 Входное напряжение ограничено: до 7 В.
- 3 Трение — рассматриваем как внешнюю силу.

Параметры ЭДП:

- 1 $T_1 = 0,026$ с, $k_1 = 1.37$ рад/(с В);
- 2 максимальный момент при напряжении 6 В равен 0,51 Нм, т.е. $k_2 = \frac{6 \cdot k_1}{0,51} = 16.1$ рад/(с Нм).

Итоговая модель:

$$Y(s) = \frac{1.37U(s) + 16.1M(s)}{s(0.026s + 1)} = \frac{1.37}{s(0.026s + 1)}(U(s) + 11.8M(s)).$$

В системе два датчика перемещения:

- 1 потенциометр, измеряющий задающее воздействие, диапазон углов от 0 до $\phi_m = \pi$,
- 2 потенциометр, измеряющий положение выходного вала, диапазон углов от 0 до $\phi_m = \pi$.

Используются потенциометрические датчики перемещения, выходы датчиков подсоединены непосредственно к АЦП, напряжение U_{ref} подаваемое на потенциометры совпадает с опорным (максимальным) напряжением АЦП.

Потенциометр описывается с использованием правил Киргофа:

$$U_{ref} = I_1(R - R_x) + (I_1 - I_2)R_x, \quad R_x = \frac{R\chi}{\phi_m},$$

$$R_x(I_2 - I_1) + R_{ADC}I_2 = 0, \quad U_R = R_{ADC}I_2,$$

где R — полное сопротивление потенциометра, R_{ADC} — входное сопротивление нагрузки (АЦП), U — входное напряжение, U_R — выходное, χ — угол поворота вала, $\phi_m = \pi$ — максимальное перемещение ($y \in [0, \phi_m]$).

Учитывая $R \ll R_{ADC}$, пренебрегаем R/R_{ADC} , тогда при $y \in [0, \phi_m]$ имеем

$$U_R = \frac{U}{\phi_m} y.$$

Неидеальности вносимые АЦП:

- квантование по уровню: разрядность АЦП 10 бит, всего $2^{10} = 1024$ уровней, $U_{LSB} = U/1024$.
- насыщение: входное напряжение измеряется в диапазоне от 0 до U ;
- задержка на длительность цикла АЦП $T_{ADC} = 0,1$ мс.
- шум и ошибки АЦП: до 18 LSB.

Получаем модель АЦП (пренебрегая квантованием):

$$\bar{y} = e^{-sT_{ADC}} \frac{1023}{U} \underset{0}{\overset{U}{\text{sat}}} U_R + f_y,$$

где возмущение f_y , $|f_y| \leq 18$.

Пренебрегаем

- задержкой T_{ADC} : T_{ADC} много меньше периода дискретизации $T_R = 2$ мс;
- возмущением f :
 - ▶ систематическая ошибка — устраняется только посредством дополнительных измерений (несколько датчиков, калибровка, внесение поправки),
 - ▶ случайная составляющая ошибки — теория фильтрации, стохастические системы.

Результирующая упрощенная модель датчика:

$$\bar{y} = \frac{1023}{\phi_m} \begin{matrix} \phi_m \\ \text{sat } x \\ 0 \end{matrix}$$

Модель исполнительного устройства

Исполнительным устройством выступает широтно-импульсный модулятор и H-мост.

Параметры исполнительного устройства:

- амплитуда выходного сигнала $U_m = 6$ В;
- разрядность цифрового ШИ-модулятора $n_{pwm} = 10$ бит;
- длительность периода ШИМ $T_{pwm} = 0.128$ мс, что соответствует частоте 8 кГц;
- используются импульсы симметричные, относительно времени начала очередного периода дискретизации.

Математическая модель:

$$U(t) = \sum_{i=1}^{\infty} U_m \operatorname{sgn} v[iT_{pwm}] (1(t - (i - \gamma_i)T_{pwm}) - 1(t - (i + \gamma_i)T_{pwm})),$$

$$\gamma_i = \frac{\operatorname{sat}_0^{1023} |v[iT_{pwm}]|}{2 \cdot 1023},$$

где $v[iT_{pwm}]$ — входной сигнал ШИ-модулятора.

Модель исполнительного устройства

Т.к. T_{pwm} много меньше постоянной времени ОУ T_1 , то линеаризуем ШИМ вместе с объектом

$$y[iT_{pwm}] = \frac{U_m}{1023} \sum_{i=0}^{\infty} w[(l-i)T_{pwm}] \overset{1023}{\underset{-1023}{\text{sat}}} v[iT_{pwm}] T_{pwm},$$

где $w(t)$ — весовая функция объекта управления.

Пренебрегая квантованием по времени, переходим к непрерывной модели:

$$Y(s) = W_U(p)U(s), \quad (\text{модель ОУ}),$$

$$U(t) = \frac{U_m}{1023} \overset{1023}{\underset{-1023}{\text{sat}}} v(t), \quad (\text{модель ИУ}).$$

Функции регулятора реализуются при помощи МК с тактовой частотой 16 МГц.

Параметры регулятора:

- 1 Квантование по времени: период дискретизации $T = 2$ мс.
- 2 Чистая задержка, обусловленная вычислением управления $T_{срл}$ (1000 инструкций даст задержку в 0,0625 мс).
- 3 Квантование по уровню: ограничение на машинную точность, используются числа с фиксированной точкой в формате ± 7.8 .

Модель регулятора

Математическая модель — АИМ система с формирующим элементом в виде фиксатора нулевого порядка:

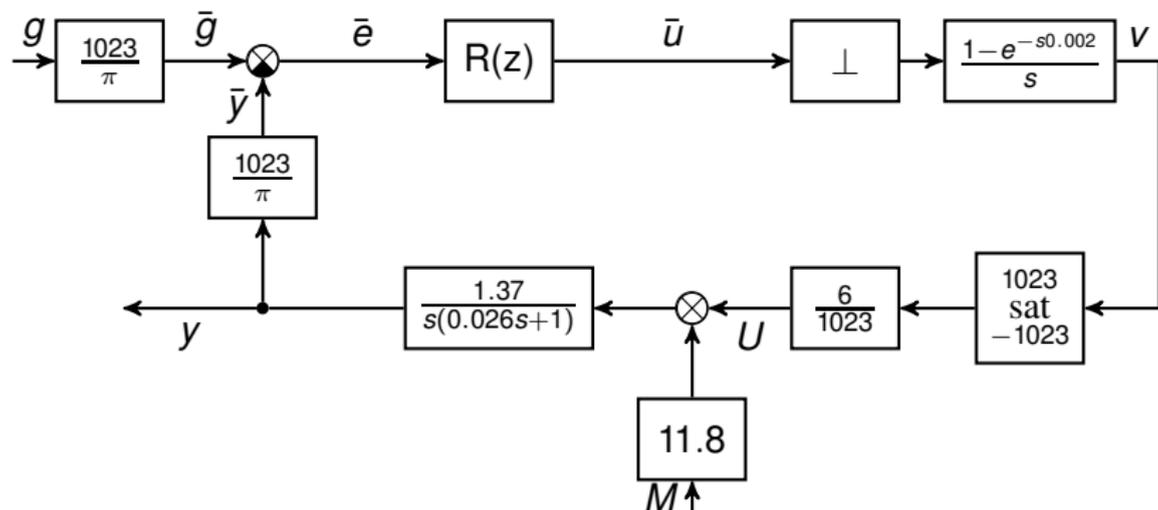
$$\begin{aligned}\bar{e}[iT] &= \bar{g}[iT] - \bar{y}[iT] && \text{(ошибка регулирования),} \\ \bar{u}^*(z) &= R^*(z) \cdot \bar{e}^*(z) && \text{(регулятор),} \\ v(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} (1(t - iT) - 1(t - (i + 1)T)) \bar{u}(iT) && \text{(формирующий элемент),}\end{aligned}$$

где $R^*(z)$ — передаточная функция регулятора.

Ошибка регулирования \bar{e} вычисляется по показаниям датчиков \bar{y} и \bar{g} .

Модель системы управления

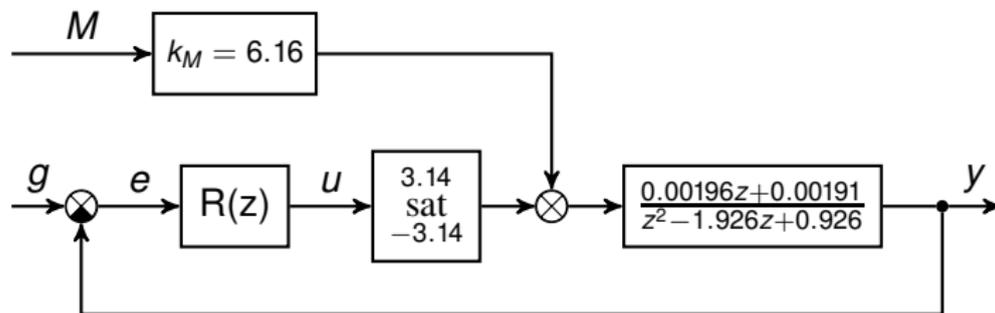
Получаем дискретно-непрерывную модель замкнутой системы:



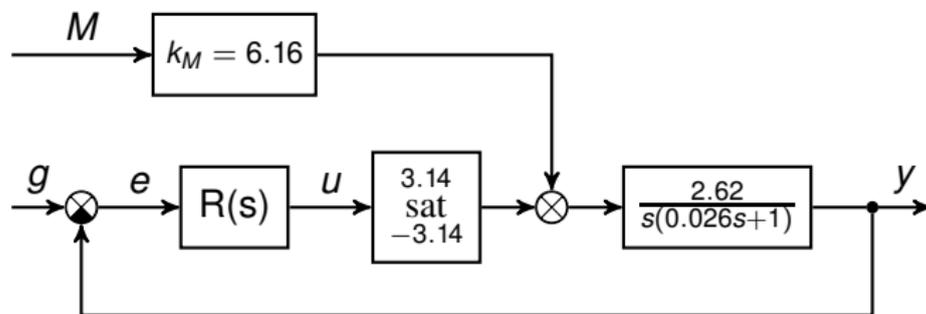
- Сигналы y и g находятся в диапазоне $[0, \pi]$.

Модель системы управления

Упрощенная дискретная модель



Упрощенная непрерывная модель



Синтез регулятора

Зададимся критериями качества

Желаемые показатели качества:

- 1 Внешний момент $\bar{M}_e = 0.3$ Нм в стационарном режиме должен приводить к ошибке не более $\bar{\varepsilon} = 0.087$ радиан (5°).
- 2 При задающем воздействии $g = \bar{\omega}t$, где $\bar{\omega} = 3$ рад/с установившаяся ошибка не превышает $\bar{\varepsilon}$.
- 3 Система должна быть астатичной, переходной процесс должен быть апериодичным.

Синтез регулятора

Внешний момент $\bar{M}_e = 0.3$ Нм в стационарном режиме должен приводить к ошибке не более $\bar{\varepsilon} = 0.087$ радиан (5°).

Ограничение установившегося режима на коэффициент ошибки по возмущению:

$$E(s) = W_{eM}(s)M(s), \text{ где } W_{eM}(s) = \frac{k_m W(s)}{1 + W_p(s)}.$$

Требуем

$$|W_{eM}(0)|\bar{M}_e \leq \bar{\varepsilon},$$

считая $1 + W_p(s) \approx W_p(s)$, получаем, что

- главный коэффициент усиления регулятора

$$k_R = R(0) > \frac{k_2 \bar{M}_e}{k_1 \bar{\varepsilon}} = 21.2, \text{ что эквивалентно}$$

- ЛАЧХ разомкнутой системы

$$L_p(\omega) = 20 \lg |W_p(j\omega)| > 35 - 20 \lg \omega \text{ (Дб) в диапазоне низких частот,}$$