# Лекция 5.
# “Идентификация модели объекта управления”


Гончаров Олег Игоревич

Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики
Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова


Москва

# Идентификация ситсем

Идентификация — получение математического описания или модели объекта управления. В зависимости от типа объекта — различные методы индентификации (для линейных и нелинейных, дискретных и непрерывных, стационарных и нестационарных). Модель не является описанием, а имитирует существенные свойства реального объекта.

- Структурная идентификация — определяется структура модели (Выделение модели, входов, выходов, их взаимное влияние. Аналитическое составление модели).
- Параметрическая идентификация — определяются значения параметров модели.

Методы идентификации:

- Активные (можно подавать на вход объекта тестовые сигналы) и пассивные.
- Детерменированые и статистические (учитывают наличие шума).
- Оперативные (идентификация проходит “налету”) и

Модель объекта имеет вид

$$y = f(x).$$

Статистический метод: строим эмпирическое условное распределение $\phi(y|x)$ и берем мат. ожидание $\hat{f}(x) = E(y|x)$.
Метод наименьших квадратов для линейных моделей:

$$y = F(x) = (a, x),\ J = \sum_{i=1}^{n} (y_i - f(x_i)) \to \inf,$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix},\ Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix},$$

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T Y.$$

# Определение переходжной характеристики

## Детерменированные воздействия

На вход подается функция Хевисайда. Измерения:

$$z(t) = y(t) + n(t),$$

где $y(t)$ — выход, $n(t)$ — возмущение.

Усреднение скользящим средним:

$$\hat{y}(t) = \int\limits_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} z(\tau)d\tau, \quad \hat{y}_{j+\frac{l}{2}} = \frac{1}{l+1}\sum_{\beta=0}^{l} z_{j+\beta},$$

где $\Delta t = lT$, $T$ — период дискретизации.

Эквивалентно линейному фильтру: $W_\Phi(\omega) = \frac{2}{\omega \Delta t}\sin\frac{\omega \Delta t}{2}$, чатота отсечения $\frac{2\pi}{\Delta t}$.

Оцениваем время регулирования и полосу пропускания системы.

На вход подается гармонический сигнал: $u(t) = U_0 \sin \omega t$,
Измерения: $z(t) = y(t) + n(t)$,
где выход объекта :$y(t) = A(\omega) U_0 \sin(\omega t + \varphi(\omega))$.

Вычисление оценки кореляции:

$$\hat{K}_{zu}(\tau) = \hat{K}_{yu}(\tau) + \hat{K}_{nu}(\tau) = \lim_{t->\infty} \frac{1}{T} \int\limits_0^T y(t)u(t-\tau)dt + K_{fu}(\tau), \quad (1)$$

и оценок частотных характеристик:

$$\hat{A}(\omega) = \frac{2}{U_0^2} \sqrt{\hat{K}_{yu}^2(0) + \hat{K}_{yu}^2(\frac{\pi}{2\omega})}, \quad \hat{\phi}(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\hat{K}_{yu}^2(\frac{\pi}{2\omega})}{\hat{K}_{yu}^2(0)}.$$

Несколько экспериментов на разных частотах позволяет оценить коэффициенты $W(j\omega)$ используя МНК.

Объект:

$$y(t) = \int_0^{+\infty} w(\tau)u(t-\tau)d\tau.$$

Вход: **стационарный** ($E[u(t)] = m_u = const$, $K_u(t_1, t_2) = K_u(t_2 - t_1)$) **центрированный** ($m_u = 0$) случайный сигнал.
**Корреляция, автокорреляция**:

$$K_{yu}(t_1, t_2) = E[\tilde{y}(t_1)\tilde{u}(t_2)],\ K_u(t_1, t_2) = E[\tilde{u}(t_1)\tilde{u}(t_2)],$$

где $\tilde{y}(t) = y(t) - E[y(t)]$.
**Взаимный спектр, спектр:**

$$S_{yu}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_{yu}(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau,\ S_u(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_u(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau.$$

Прохождение сигнала через устойчивую линейную систему:

$$y(t) = W(p)u(t),$$

тогда, если сигнал $u(t)$ стационарный, то

$$S_{yu}(\omega) = W(j\omega)S_u(\omega), \quad S_y(\omega) = |W(j\omega)|^2 S_u(\omega).$$

**Периодограмма** сигнала $u(t)$ на конечном интервале:

$$\hat{S}_y(\omega) = \frac{1}{T}\int_0^T y(t)e^{j\omega t}dt.$$

При $T \to +\infty$ $E|\hat{S}_y(\omega)|^2 \to S_y(\omega)$.

**Эмпирическая оценка корреляции** (для стационарных центрированных сигналов)

$$\hat{K}_y(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T y(t)y(t-\tau)dt.$$

$$z(t) = W(p)u(t) + d(t),$$

где $z(t)$ — измерения выхода, $u(t)$ входной стационарный случайный сигнал, $d(t)$ — возмушение, стационарный случайный сигнал, не зависит от $u(t)$.

**Эмпирическая оценка передаточной функции**

$$\hat{\hat{W}}(j\omega) = \frac{\hat{K}_y(\omega)}{\hat{K}_u(\omega)}.$$

**Сглаженная эмпирическая оценка передаточной функции**

$$\hat{W}(j\omega_0) = \frac{\int_{\xi=\omega_0-\Delta\omega}^{\omega_0+\Delta\omega} \alpha(\xi)\hat{\hat{W}}(j\omega)d\xi}{\int_{\xi=\omega_0-\Delta\omega}^{\omega_0+\Delta\omega} \alpha(\xi)d\xi}, \text{ где } \alpha(\xi) = \frac{|\hat{S}_u(\xi)|^2}{S_v(\xi)},$$

где $\Delta\omega$ — ширина частотного окна, по которому проводится сглаживание.

Рассматриваются импульсные системы и строится модель вида

$$a(E)y = b(E)u + c(E)d,$$

где $y$ — выход, $u$ — вход, $e$ — белый шум, $d$ — оператор опережения, $a(E)$, $b(E)$, $c(E)$ — полиномы порядков $n$, $m$, $l$. Модель системы переписывается в виде

$$y(t) = \phi(t)^T\theta + \mu(t)$$

где $\phi(t)$ — вектор регрессоров

$$\phi(t) = (-y(t-1), -y(t-2), \dots, -y(t-n), u(t-n+m), u(t-n+m-1), \dots, u($$

а $\theta$ — вектор из неизвестных параметров модели

$$\theta = (a_{n-1}, \dots, a_0, b_m, \dots, b_0)^T.$$

Вычисление параметров методом наименьших квадратов.
Статистическая трактовка — метод наибольшего правдоподобия.